บทที่ 1
แนวความคิดเบื้องต้น (Fundamental Concepts)

ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์เป็นความรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางด้านพีชคณิตกับเรขาคณิต เพื่อนำมาใช้อธิบายสมบัติทางเรขาคณิตของเส้นโค้งเมื่อกำหนดสมการมาให้ หรือใช้ในการหาสมการต่าง ๆ เมื่อกำหนดสมบัติทางเรขาคณิตมาให้ ในการพิจารณาสมบัติของฟังก์ชันในวิชาแคลคูลัสหลายครั้งพบว่า ถ้าพิจารณาจากกราฟหรือสมบัติทางเรขาคณิตของฟังก์ชันจะทำให้เข้าใจปัญหาได้ดีขึ้นและง่ายขึ้น

การกำหนดจุดบนระนาบด้วยคู่อันดับของจำนวนจริง สมาชิกตัวแรกของคู่อันดับเรียกว่า พิกัดที่หนึ่ง และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเรียกว่า พิกัดที่สอง ซึ่งระนาบดังกล่าวเกิดจากเส้นจำนวนสองเส้นตัดกันและตั้งฉากซึ่งกันและกัน และเรียกจุดตัดนี้ว่าจุดกำเนิด สำหรับบทที่ 1 เป็นแนวความคิดเบื้องต้นสำหรับเรขาคณิตวิเคราะห์ที่กล่าวถึงในเรื่องการหาระยะระหว่างจุดสองจุด จุดแบ่งของส่วนของเส้นตรง ความชันของเส้นตรง และมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น ซึ่งจะเป็นตัวช่วยในการคำนวณเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยอาศัยการเขียนกราฟลงบนพิกัด และเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่ช่วยแก้ปัญหาเรื่องความสัมพันธ์ได้ การหาที่ตั้งของจุดในระนาบ จำเป็นต้องใช้แกนพิกัดเป็นหลักในการหาจุดที่ตั้ง พิกัดที่นิยมในปัจจุบันมี 2 ระบบ คือ ระบบพิกัดฉาก และ ระบบพิกัดเชิงขั้ว สำหรับในบทนี้เราจะกล่าวถึงระบบพิกัดฉาก

1.1 ระบบพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate System)

ระบบพิกัดฉาก ประกอบด้วยเส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากซึ่งกันและกัน ซึ่งเส้นตรง 2 เส้นนั้น เรียกว่า แกนพิกัด (Coordinate Axes)

แกนในแนวนอน (Abscissa Axis) เรียกว่า แกน X

แกนในแนวตั้ง (Ordinate Axis) เรียกว่า แกน Y

ระนาบที่มีแกนพิกัดทั้งสองอยู่เรียกว่า ระนาบพิกัด (Coordinate Plane) โดยแกนพิกัดตัดกันที่พิกัด $(0,0)$ ซึ่งเรียกว่า จุดกำเนิด (Origin Point)

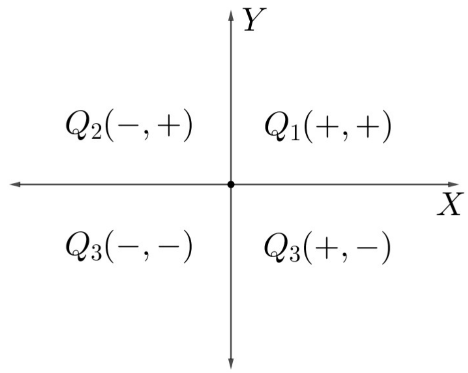
จุดบนแกน X ทางด้านขวาของจุดกำเนิด มีค่าความจริงเป็นบวก $(+)$

ทางด้านซ้ายของจุดกำเนิด มีค่าความจริงเป็นลบ $(-)$

จุดบนแกน Y ทางด้านบนของจุดกำเนิด มีค่าความจริงเป็นบวก $(+)$

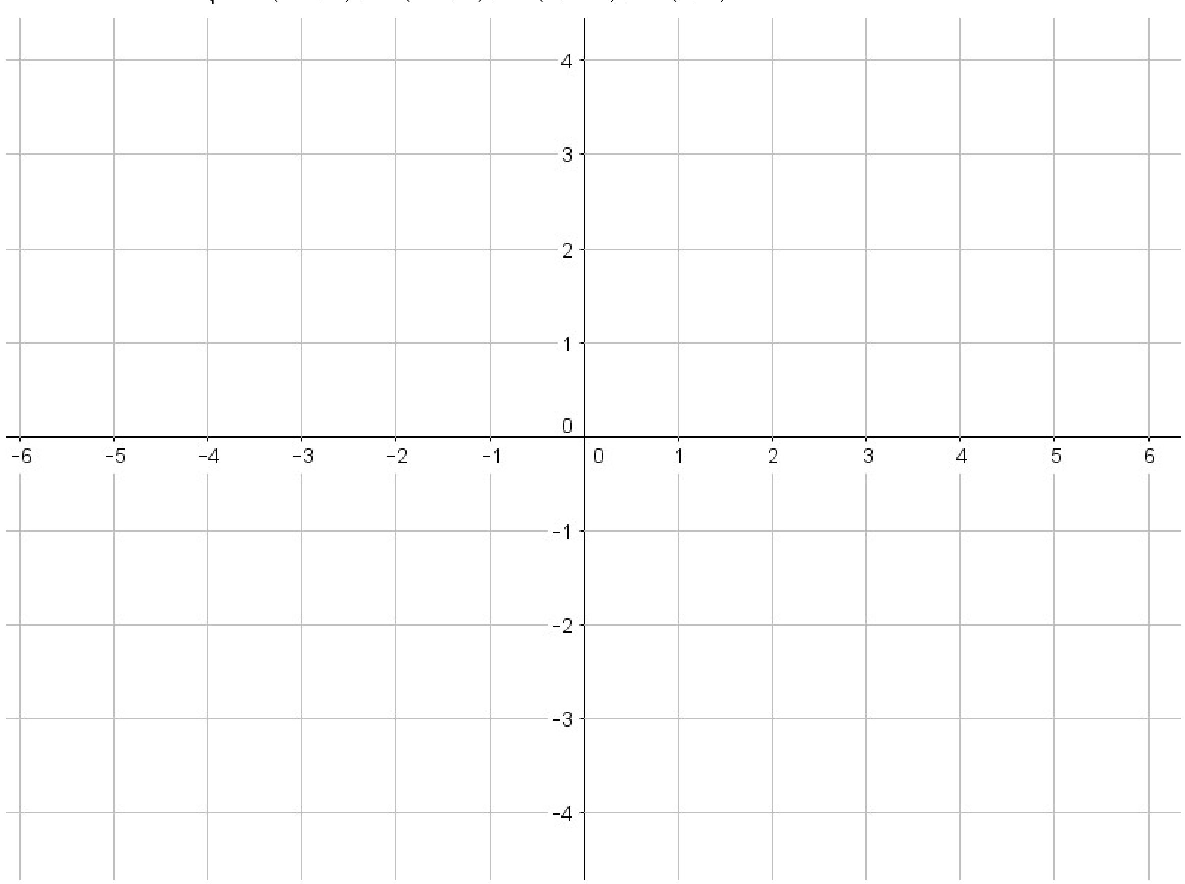
ทางด้านล่างของจุดกำเนิด มีค่าความจริงเป็นลบ $(-)$

การตัดกันของแกนทั้งสองนี้ จะแบ่งพื้นที่ระนาบออกเป็น 4 ส่วน เรียกว่า จตุภาค (Quadrants) คือ จตุภาคที่ 1 (Q_1), จตุภาคที่ 2 (Q_2), จตุภาคที่ 3 (Q_3), จตุภาคที่ 4 (Q_4) ดังแสดงในรูป



สำหรับพิกัดในระนาบพิกัดฉาก จะเขียนพิกัดในรูปของคู่อันดับ (Ordered Pair) เช่น คู่อันดับ $(0,0)$ หมายถึง จุดกำเนิด, คู่อันดับ $(1,-2)$ หมายถึง ตำแหน่งซึ่งอยู่ห่างจากจุดกำเนิดมาทางขวาเป็น ระยะ 1 หน่วย และอยู่ต่ำกว่า จุดกำเนิดลงมาเป็นระยะ 2 หน่วย หรือ กล่าวได้ว่า จุด $(1,-2)$ นี้ อยู่ตรงกับค่า x เป็น 1 และค่า y เป็น -2 นั้นเอง

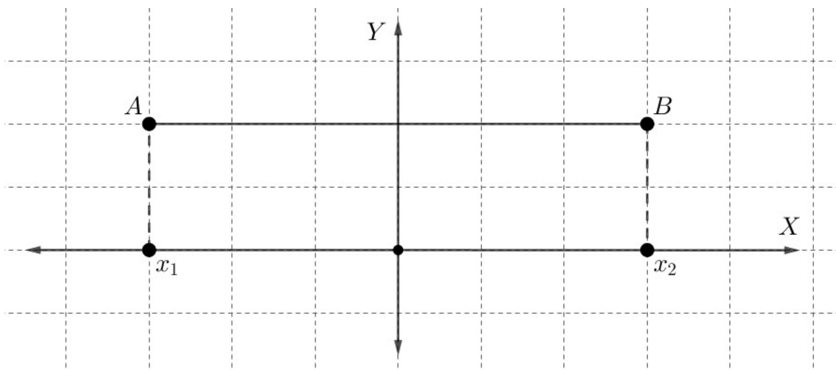
ตัวอย่าง 1.1.1 จงลงจุด $A(-2,3),\ B(-3,4),\ C(0,-2),\ D(5,0)$ บนระนาบพิกัดฉาก



1.2 ระยะทางระหว่างจุดสองจุด (Distance Between Two Points)

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนระยะทางระหว่างจุด A กับ B คือ $\left|AB\right|$ หรือ AB

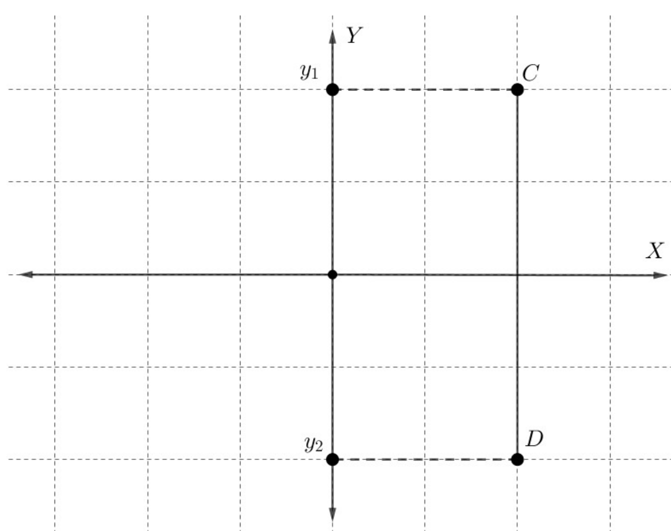
1.2.1 ระยะทางที่ขนานกับแกน X



จากรูป ระยะทางระหว่างจุด A และ B คือ

$$AB = \left|x_1 - x_2\right| = \left|x_2 - x_1\right|$$

1.2.2 ระยะทางที่ขนานกับแกน Y



จากรูป ระยะทางระหว่างจุด C และ D คือ

$$CD = \left|y_1 - y_2\right| = \left|y_2 - y_1\right|$$

ตัวอย่าง 1.2.1 จงหาระยะทางระหว่างจุด $A(2,0)$ กับจุด $B(-4,0)$

ตัวอย่าง 1.2.2 จงหาระยะทางระหว่างจุด $C(-3,3)$ กับจุด $D(4,3)$

ตัวอย่าง 1.2.3 จงหาระยะทางระหว่างจุด $D(-3,3)$ กับจุด $E(-3,-2)$

ตัวอย่าง 1.2.4 จงหาระยะทางระหว่างจุด $G(99,-9)$ กับจุด $H(99,3)$

ทฤษฎีบท 1.2.1 ให้จุด $P_1(x_1,y_1)$ และ $P_2(x_2,y_2)$ เป็นจุด 2 จุดใด ๆ บนระนาบ XY และ d แทนระยะทางระหว่างจุด P_1 กับ จุด P_2 จะได้

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ตัวอย่าง 1.2.3 จงหาระยะทางระหว่างจุด $A(-4,1)$ กับจุด $B(-1,5)$

ตัวอย่าง 1.2.4 จงหาระยะทางระหว่างจุด $C(2,3)$ กับจุด $D(4,-1)$

ตัวอย่าง 1.2.5 จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีพิกัด $A(-2,-4), B(6,0)$ และ $C(-2,4)$ อยากทราบว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.2.6 กำหนดให้จุดยอดของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็น $(0,0)$ และ $(0,2)$ อยากทราบว่าจุดยอดที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมนี้อยู่ที่พิกัดใด

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.2.7 รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 หน่วย ถ้าพิกัดของจุด A และจุด B คือ $(-4,3)$ และ $(-1,2)$ ตามลำดับ จงหาพิกัดของจุด C

1.3 จุดแบ่งของส่วนของเส้นตรง (Division Point of Line Segment)

ทฤษฎีบท 1.3.1 กำหนดให้จุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$ เป็น 2 จุดใด ๆ บนระนาบ XY ให้จุด $P(x, y)$ แบ่งระยะ AB ออกเป็นอัตราส่วน $AP : PB = r_1 : r_2$ จะได้จุด $P(x, y)$ มีพิกัดดังนี้

$$x = \frac{r_1 x_2 + r_2 x_1}{r_1 + r_2},\ y = \frac{r_1 y_2 + r_2 y_1}{r_1 + r_2}$$

ตัวอย่าง 1.3.1 ให้จุด $A(-1,-3)$ และจุด $B(5,3)$ จงหาจุด $P(x,y)$ ซึ่งแบ่งส่วนของเส้นตรง AB ออกเป็นอัตราส่วน $AP : PB = 1 : 2$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.3.2 ให้จุด $A(-1,-2)$ และจุด $B(3,6)$ จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A กับจุด B

วิธีทำ ให้ $A(-1,-2) = A(x_1, y_1)$, $B(3,6) = B(x_2, y_2)$ และจุด $P(x,y)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.3.3 ให้จุด $A(2,-5)$ และจุด $B(1,-2)$ จงหาจุด $P(x,y)$ ซึ่งแบ่งส่วนของเส้นตรง AB ออกเป็นอัตราส่วน $AP : PB = 2 : (-1)$

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.3.5 จงหาพิกัดจุด 2 จุด ที่แบ่งส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $A(-3,-4)$ และจุด $B(6,11)$ ออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กัน

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.3.6 จงหาพิกัดของจุดซึ่งเป็น $\frac{3}{4}$ ของระยะจากจุด $A(6,-4)$ ไปยังจุด $B(2,4)$

1.4 ความชันของเส้นตรง (Gradient of a Straight Line)

ความชันของเส้นตรง หรือมุมเอียงของเส้นตรงเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการอธิบายเส้นตรงในระนาบที่นิยมใช้ในวิชาแคลคูลัส โดยการวัดมุมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกามีค่าเป็นบวกและการวัดมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกามุมมีค่าเป็นลบที่ใช้หลักการเดียวกับการวัดมุมในวิชาตรีโกณมิติ

ความชันของเส้นตรง คืออัตราส่วนระหว่างค่า y ที่เปลี่ยนแปลงไปต่อค่า x ที่เปลี่ยนแปลงไป โดยใช้สัญลักษณ์แทนคือ m ซึ่งค่า m อาจเป็นบวก หรือเป็นลบ หรือเป็นศูนย์ก็ได้

บทนิยาม 1.4.1 ความชัน (Slope) ของเส้นตรง คือ ค่าแทนเจนต์ (Tangent) ของมุม ถ้ากำหนดให้ m เป็นความชันของเส้นตรง จะได้

$$m = \tan\theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ทฤษฎีบท 1.4.1 เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นเท่ากัน $(m_1 = m_2)$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ทฤษฎีบท 1.4.2 ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นเท่ากับ (-1) ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงตั้งฉากซึ่งกันและกัน

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

ทฤษฎีบท 1.4.3 ความชัน m ของเส้นตรง l ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ เมื่อ $x_1 \neq x_2$ คือ

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.4.1 จงหาความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $A(0,2)$ และจุด $B(2,4)$

....

....

ตัวอย่าง 1.4.2 จงหาความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $A(4,1)$ และจุด $B(2,5)$

....

....

ตัวอย่าง 1.4.3 จงหาความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $A(-4,-2)$ และจุด $B(3,-2)$

....

....

ตัวอย่าง 1.4.4 จงหาความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $A(1,-2)$ และจุด $B(1,3)$

....

....

ตัวอย่าง 1.4.5 จงพิจารณาว่าเส้นตรง l_1 ที่ผ่านจุด $A(2,1)$ และจุด $B(4,2)$ และเส้นตรง l_2 ที่ผ่านจุด $C(-2,4)$ และจุด $D(-8,1)$ ขนานกัน หรือ ตั้งฉากกัน

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.4.6 จงพิจารณาว่าเส้นตรง l_1 ที่ผ่านจุด $A(2,3)$ และจุด $B(6,1)$ และเส้นตรง l_2 ที่ผ่านจุด $C(-2,-5)$ และจุด $D(1,1)$ ขนานกัน หรือ ตั้งฉากกัน

ตัวอย่าง 1.4.7 จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $A(-1,0), B(5,2)$ และ $C(2,11)$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่าง 1.4.8 จงแสดงว่ารูปสี่เหลี่ยม $PQRS$ ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $P(-7,-3), Q(6,5), R(11,-1)$ และ $S(-2,-9)$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

1.5 มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น (Angle Between Two Line)

เมื่อเส้นตรง l_1 และ เส้นตรง l_2 ตัดกันจะเกิดมุมที่จุดตัด 2 มุม คือ ϕ และ φ ซึ่งเป็นมุมประกอบ 2 มุมฉาก ดังรูปที่ 1.32 ในที่นี้เราจะแสดงการหามุมตัดกันของเส้นตรง l_1 และ l_2 ในเทอมของความชันของเส้นตรงทั้งสอง

บทนิยาม 1.5.1 ให้ l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรงที่มีมุมเอียง θ_1 และ θ_2 ตามลำดับ และ $\theta_1 \leq \theta_2$ ถ้า ϕ คือมุมระหว่าง l_1 และ l_2 แล้ว $\phi = \theta_2 - \theta_1 \, , \, 0 \leq \theta < \pi$

....

....

....

....

ทฤษฎีบท 1.5.1 ถ้า l_1 และ l_2 เป็นเส้นตรง 2 เส้นที่ไม่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน m_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง l_1 และ l_2 ตามลำดับแล้ว $\tan\phi = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.5.1 ถ้าเส้นตรง l_1 มีความชัน $\frac{-1}{2}$ และเส้นตรง l_2 มีความชัน $\frac{1}{3}$ จงหามุมแหลมระหว่างเส้นตรงสองเส้นนี้

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.5.2 จงหามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจุดยอดดังนี้ $A(-2,2), B(5,1)$ และ $C(1,-3)$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 1.5.3 จงหามุมแหลมที่เกิดจากการตัดกันของเส้นตรง l_1 ที่ผ่านจุด $(-1,3)$ และ $(3,5)$ กับเส้นตรง l_2 ที่ผ่านจุด $(-2,8)$ และ $(-3,5\sqrt{3})$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

สรุปท้ายบทที่ 1

สำหรับในบทที่ 1 นั้นเราได้ศึกษาระบบพิกัดฉาก ระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดแบ่งของส่วน ของเส้นตรง ความชันของเส้นตรง มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น ซึ่งมีสูตรที่สำคัญดังนี้

ระยะทางระหว่างจุดสองจุด $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

จุดแบ่งของส่วนของเส้นตรง $x = \dfrac{r_1x_2 + r_2x_1}{r_1 + r_2},\ y = \dfrac{r_1y_2 + r_2y_1}{r_1 + r_2}$

ความชันของเส้นตรง $m = \tan\theta = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น $\tan\phi = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1m_2}$

แบบฝึกหัดบทที่ 1

จงหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อ 1.1 - 1.10)

1.1 $(1,2),(1,3)$ 1.2 $(5,3),(-3,3)$ 1.3 $(0,1),(0,5)$

1.4 $(-2,8),(5,8)$ 1.5 $(3,10),(7,4)$ 1.6 $(-3,-3),(2,2)$

1.7 $(2,3),(-1,0)$ 1.8 $(5,6),(-6,5)$ 1.9 $(3,-7),(2,-8)$

1.10 $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{5}{3},\frac{-7}{5}\right)$

จงวาดรูปสามเหลี่ยมโดยให้จุดยอดดังต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาความยาวของแต่ละด้าน (ข้อ 1.11 1.12)

1.11 $A(-1,-1),B(2,3),C(3,8)$

1.12 $A(2,4),B(-3,1),C(5,6)$

1.13 จงแสดงว่าจุด $A(-2,0),B(5,2)$ และ $C(0,2\sqrt{3})$ เป็นจุดของมุมรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

1.14 จงแสดงว่าจุด $A(-\sqrt{3},1),B(2\sqrt{3},-2)$ และ $C(2\sqrt{3},4)$ เป็นจุดของมุมรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

1.15 จุดยอดของสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีพิกัด $A(3,-4),B(6,2)$ และ $C(-5,0)$ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

1.16 จงแสดงว่าจุด $A(1,-1),B(5,2),C(2,6)$ และจุด $D(-2,3)$ ที่กำหนดให้เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า

จงแสดงว่าจุดแต่ละจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน (ข้อ 1.17 - 1.23)

1.17 $A(1,1),B(2,2),C(3,5)$

1.18 $A(3,1),B(6,3),C(-3,-3)$

1.19 $A(1,2),B(-5,-2),C(-2,5)$

1.20 ถ้า $(x,4)$ อยู่ห่างจาก $(5,-2)$ และ $(3,4)$ เป็นระยะทางเท่ากัน จงหาค่า x

1.21 ถ้า $(-3,y)$ อยู่ห่างจาก $(2,6)$ และ $(7,-2)$ เป็นระยะทางเท่ากัน จงหาค่า y

1.22 จงหาจุดบนแกน x ที่ห่างจาก $(-2,5)$ และ $(4,1)$ เป็นระยะทางเท่ากัน

1.23 จงหาจุดบนแกน y ที่ห่างจาก $(-4,-2)$ และ $(3,1)$ เป็นระยะทางเท่ากัน

จงหาพิกัดจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อ 1.24 - 1.33)

1.24 $(2,3),(3,2)$ 1.25 $(-1,2),(-3,1)$ 1.26 $(4,11),(12,-3)$

1.27 $(-5,-3),(-2,1)$ 1.28 $(3,8),(-6,-5)$ 1.29 $(3,1),(3,5)$

1.30 $\left(\frac{3}{2},1\right),\left(1,\frac{7}{8}\right)$ 1.31 $\left(-\frac{5}{6},7\right),\left(\frac{6}{8},5\right)$ 1.32 $\left(-\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{3}{2},\frac{7}{6}\right)$

1.33 $\left(\frac{9}{5},7\right),\left(-3,\frac{1}{2}\right)$

1.34 ถ้าจุดปลายของเส้นตรง $(x_1,3)$ และ $(-3,y_2)$ แบ่งครึ่งตรงจุด $(2,7)$ พอดี จงหาค่าของ x_1 และ y_2

จงหาจุด $P(x,y)$ โดยที่อัตราส่วนของ $AP:AB$ มีค่าเท่ากับ r (ข้อ 1.35 - 1.40)

1.35 $A(2,-4),B(5,6),r=\frac{2}{3}$ 1.36 $A(-1,-2),B(4,-2),r=\frac{1}{5}$

1.37 $A(-7,11),B(5,6),r=\frac{3}{4}$ 1.38 $A\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{8}\right),B(-1,-3),r=\frac{5}{7}$

1.39 $A\left(\frac{7}{11},-2\right),B\left(2,\frac{-2}{3}\right),r=\frac{9}{11}$ 1.40 $A\left(\frac{11}{12},2\right),B\left(\frac{1}{2},\frac{2}{-3}\right),r=\frac{-2}{5}$

จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดต่อไปนี้ (ข้อ 1.40 - 1.45)

1.40 $(2,1),(-5,7)$ 1.41 $(7,11),(7,8)$ 1.42 $(5,-6),(9,-6)$

1.43 $\left(\frac{3}{2},5\right),\left(7,\frac{9}{5}\right)$ 1.44 $\left(-\frac{1}{2},3\right),(9,4)$ 1.45 $\left(-\frac{1}{2},3\right),\left(\frac{5}{6},\frac{4}{3}\right)$

จงพิสูจน์ว่าจุดยอดที่กำหนดให้เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ความชัน (ข้อ 1.46 - 1.48)

1.46 $(4,-4),(4,4),(0,0)$ 1.47 $(-1,2),(3,-6),(3,4)$

1.48 $(7,1),(0,-2),(5,-4)$

จงหามุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC เมื่อกำหนดจุดยอดให้ดังต่อไปนี้ (ข้อ 1.49 - 1.50)

1.49 $A(1,1),B(5,2),C(3,5)$ 1.50 $A(2,2),B(-4,-1),C(6,-5)$

จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดของเส้นตรง 2 เส้น แล้วพิจารณาว่า เส้นตรงขนานกัน เส้นตรงตั้งฉากกัน หรือทำมุมเท่าไร (ข้อ 1.51 - 1.53)

1.51 $(1,-1),(-4,-4)$ และ $(1,1),(4,-4)$

1.52 $(2,-3),(0,2)$ และ $(1,0),(6,2)$

1.53 $(-6,-4),(22,8)$ และ $(-5,7),(7,-8)$

จงแสดงว่าจุด 4 จุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$
(ข้อ 1.53 - 1.56)

1.53 $A(-4,3),B(0,-2),C(5,2),D(1,7)$

1.54 $A(2,2),B(7,-3),C(10,0),D(5,5)$

1.55 $A(5,-1),B(7,6),C(0,8),D(-2,1)$

1.56 $A(5,7),B(1,1),C(4,-1),D(8,5)$

จงแสดงว่าจุด 4 จุดกำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$
(ข้อ 1.57 - 1.60)

1.57 $A(3,0),B(7,0),C(5,3),D(1,3)$

1.58 $A(-2,3),B(6,1),C(5,-2),D(-3,0)$

1.59 $A(-1,-2),B(3,-6),C(11,-1),D(7,3)$

1.60 $A(0,0),B(6,3),C(9,9),D(3,6)$

Note บทที่ 1